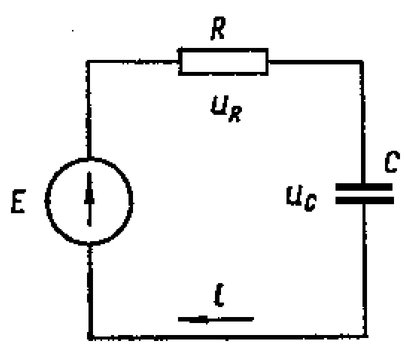
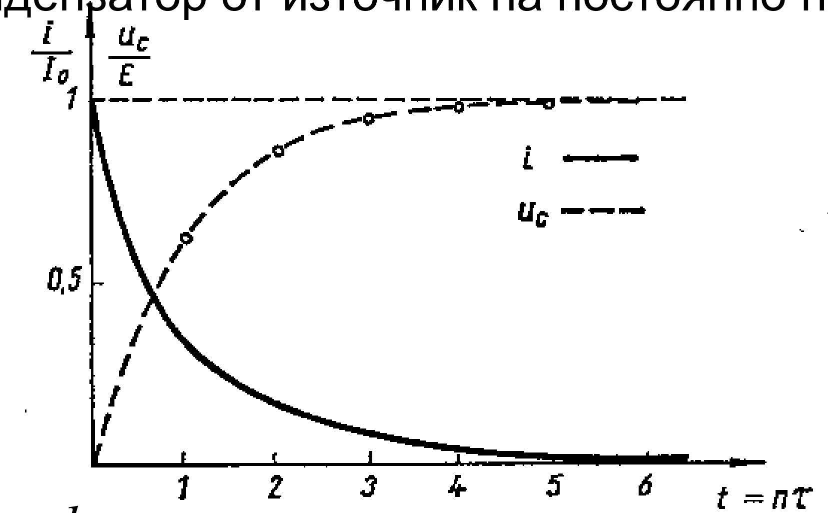
Преходни процеси

Определение - Преминаването на електронната схема от един установен режим в друг режим, което се изразява в изменение на напреженията и токовете в различни нейни точки.

Моментът на комутация е **t=0**, а моментът точно преди и точно след t=0 се означа-ват като: $t=(0-)$ **и** $t=(0+)$

1. Зареждане на кондензатор от източник на постоянно напрежение U=E





$$R.i+u_C=U$$

$$q=C.u_C \rightarrow i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_C}{dt}$$

$$R.C.\frac{du_C}{dt}+u_C=U$$

Нехомогенно диференциално у-ние

$$u_C(t)=u_\infty+A.e^{-\alpha.t}$$

Търсим решение във вида

Преходни процеси

Напрежението е сума от напрежението в установения режим $u(\infty)$ след комутацията и напрежението през преходния процес (преходна съставна):

$$\mathrm{u(t)} = u(\mathrm{t} = \infty) + u_{ПС}(\mathrm{t})$$

Еднородното диференциално уравнение, от което определяме преходната съставяща на напрежението на кондензатора u_C по време на преходния процес има вида:

$$\mathrm{R.C}\frac{du_{ПС}}{dt} + u_{ПС} = 0$$

Полагаме, че $u_{ПС}(\mathrm{t}) \propto 1.e^{K1.t}$ и решаваме характеристичното уравнение:

$$\mathrm{R.C.K1} + 1 = 0 \quad \to K1 = \frac{-1}{RC} \quad \to u_{ПС} = 1.e^{t.K1}$$

$$u_{ПС} = A_1.e^{-\frac{t}{RC}} = A_1.e^{-\frac{t}{\tau}} \to \tau = R.C$$

Величината τ=R.C се нарича **времеконстанта на веригата** и се измерва в секунди (s) .

A1-интеграционна константа

Преходни процеси

Напрежението е сумата в установен режим u(∞) и u(t) през преходния процес:

$$\mathrm{u(t)} = u(\mathrm{t} = \infty) + A_1.e^{-\frac{t}{RC}}$$

Напрежението в установения режим се определя от решението на нехомогенното диференциално уравнение, т.е търсим частно решение:

$$\mathrm{U} = \mathrm{const}, i_R(\infty) = i_C(\infty) = 0 \rightarrow u_R(\infty) = 0$$

$\mathrm{u}_C(\infty) = U$ -падът върху кондензатора е равен на постоянното напрежение

$$\mathrm{u}_C(\mathrm{t}) = U + A_1.e^{-\frac{t}{RC}}$$

Използвайки второто **независимо начално условие** на комутацията $u_{C(-0)} = u_{C(+0)}$ и $\mathrm{u}_{\mathrm{C}(-0)} = 0$, получаваме при t = 0 израза: $\mathrm{u}_{\mathrm{C}(+0)} = \mathrm{u}_{\mathrm{C}(-0)} = \mathrm{U} + \mathrm{A}_1 = 0$ откъдето определяме интеграционната константа A_1= - U.

$$\mathrm{u}_C(\mathrm{t}) = U - U.e^{-\frac{t}{RC}} = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$ Решението за u_c(t) $$u_C(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$$

Преобразуване на Лаплас

Преобразуване на Лаплас

Приизследване на преходни процеси в електронните схеми, диференциалните уравнения описващи дадена схема могат да се преобразуват в алгебрични уравнения с помоща на преобразуване на Лаплас. Ако изследваният сигнал е функция на времето *f(t) (оригинал),* която е 0 за t<0, то тази функция може да бъде заменена с функция *F(p) (образ)* на комплексната променлива *p*. (p= α+jω)

Оригиналът на функцията *f(t)* и образа на функцията *F(p)* са свързани чрез *право преобразуване на Лаплас*:

$$F(p) = \int_0^\infty f(t)\,e^{-pt}\,dt\ .$$

f (t) – оригинал
F (p) - образ

Използвайки свойствата на това преобразуване, че:

-на диференцирането по време на оригинала съответствува умножаване на образа с променливата *p;*

-на интегрирането по време на оригинала съответствува разделяне на образа с променливата *p;*

-образът на сума от оригинали е равен на сума от образите на оригиналите;

-на умножаването на оригинала с константа съответствува умножаване на образа със същата константа,

диференциалните уравнения се преобразуват в алгебрични за образа *F(p)* на търсената величина.

От свойствата на преобразуването следва:

1. Дадени са n функции $f_1(t),\ldots,f_n(t)$, за всяка от които може да се приложи правото преобразуване на Лаплас и чиито образи са съответно $F_1(p),\ldots,F_n(p)$. Тогава е в сила зависимостта

(1.79 *а*) $$f(t)=\sum_{i=1}^{n} f_i(t) \supset F(p)=\sum_{i=1}^{n} F_i(p),$$

т. е. образът на сума от функции е равен на сумата от образите им.

2. Образът на $Af(t)$ при $A=\text{const}$ е равен на $AF(p)$, където $f(t)\supset F(p)$, т. е.

(1.79 *б*) $$Af(t)\supset AF(p).$$

3. Производната на $f(t)$ има за образ произведението на $F(p)$ и p, т. е.

(1.79 *в*) $$\frac{df(t)}{dt}\supset pF(p).$$

4. Интегралът на $f(t)$ има за образ частното на $F(p)$ и p, т. е.

(1.79 *г*) $$\int_0^{\infty} f(t)dt \supset \frac{F(p)}{p}.$$

Диференциалното уравнение ще се сведе до алгебрично за образа на u_c

$$R.C.\frac{du_C}{dt}+u_C=U$$

От този образ трябва да намерим оригинала на u_c като функция на времето t или друга величина характеризираща процеса като тока i(t)

Обратно преобразуване на Лаплас

От образа на u_c трябва да намерим оригинала на u_c като функция на времето t или друга величина характеризираща процеса като тока i(t)

$$u(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha - j\omega}^{\alpha + j\omega} F(p) e^{pt} dp$$

При зададен образ *F(p)* се намира оригиналът *f(t)* ако е възможно *обратното преобразуване на Лаплас*. За тези операции в електрониката се предпочита използването на таблица за връзката между *f(t)* и *F(p)* (виж Приложение 1).
При изследване на преходен процес в двуполюсник, най-често е подадено напрежение *u(t)* и се търси *i(t)*. Последователността на теоретичното определяне на *i(t)* е следната: намира се образът на напрежението U*(p)* и се определя образът на адмитанса Y*(p)*; от закона на Ом в символичен вид се определя образът на тока през двуполюсника *I(p)=Y(p)U(p)*; от образа на тока се определя оригиналът *i(t)*.

Последователност на стъпките при определяне на тока в схемата:

$$u(\mathrm{t}) \Rightarrow \mathrm{U(p)} \rightarrow \mathrm{Y(p)} \rightarrow \mathrm{I(p)} = \mathrm{Y(p)}.\mathrm{U(p)} \Rightarrow i(\mathrm{t})$$

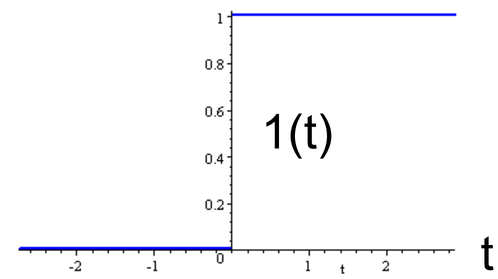
$$Y(p) = \frac{I(p)}{U(p)}$$

$$u(\mathrm{t}) \Rightarrow \mathrm{U(p)} \rightarrow Z(\mathrm{p}) \rightarrow \mathrm{I(p)} = \mathrm{U(p)} / \mathrm{Z(p)} \Rightarrow i(\mathrm{t})$$

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)}$$

No.	Образ	Оригинал	No.	Образ	Оригинал
1	1	$\delta(t)$	14	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\sin at$
2	$\frac{1}{p}$	$1(t)$	15	$\frac{p}{\left(p^2+a^2\right)^2}$	$\frac{t}{2a}\sin at$
3	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	t^n	16	$\frac{b}{(p+a)^2+b^2}$	$e^{-at}\sin bt$
4	$\frac{1}{\sqrt{p}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	17	$\frac{p+a}{\left[(p+a)^2+b^2\right]^2}$	$\frac{1}{2b}e^{-at}\sin bt$
5	$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}	18	$\frac{1}{p\sqrt{p}}e^{-\frac{a}{p}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi a}}\sin\left(2\sqrt{at}\right)$
6	$\frac{1}{p-a}$	e^{at}	19	$\frac{b\cos\varphi\mp(p+a)\sin\varphi}{(p+a)^2+b^2}$	$e^{-at}\sin(bt\pm\varphi)$
7	$\frac{1}{(p+a)^n}$	$\frac{t^{n-1}e^{-at}}{(n-1)!}$	20	$\frac{p}{\left(p^2+a^2\right)}$	$\cos at$
8	$\frac{a}{p(p+a)}$	$1-e^{-at}$	21	$\frac{p^2-a^2}{\left(p^2+a^2\right)^2}$	$t\cos at$
9	$\frac{p+a}{p(p+b)}$	$\frac{a}{b}+\frac{b-a}{b}e^{-bt}$	22	$\frac{p+a}{(p+a)^2+b^2}$	$e^{-at}\cos bt$
10	$\frac{1}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{b-a}$	23	$\frac{1}{\sqrt{p}}e^{-\frac{a}{p}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\cos\sqrt{at}$
11	$\frac{p}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{be^{-bt}-ae^{-at}}{b-a}$	24	$\frac{(p+a)\cos\varphi\mp b\sin\varphi}{(p+a)^2+b^2}$	$e^{-at}\cos(bt\pm\varphi)$
12	$\frac{b}{(p+a)^2-b^2}$	$e^{-at}\mathrm{sh}\,bt$	25	$\frac{1}{\left(p^2+a^2\right)^2}$	$\frac{1}{2a^3}(\sin at - at\cos at)$
13	$\frac{p+a}{(p+a)^2-b^2}$	$e^{-at}\mathrm{ch}\,bt$	26	$\frac{\alpha p+\beta}{(p+a)^2+b^2}$	$(\alpha\cos bt + \frac{\beta-\alpha a}{b}\sin bt)$

Зареждане на кондензатор

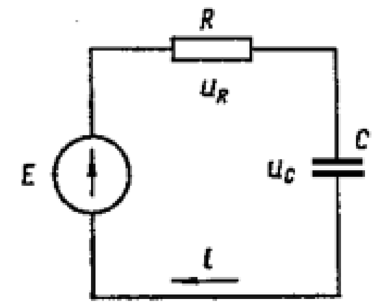


$$E \to u(t) = 1(t) \Rightarrow F(p) = \int_0^\infty 1(t)e^{-p.t}dt = \frac{1}{p}$$

$$R.i(\mathrm{t}) + Z_C i(\mathrm{t}) = E \qquad \Rightarrow RI(p) + \frac{1}{p.C}I(p) = \frac{E}{p}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \to \frac{1}{pC}$$

$$I(p) = \frac{E}{p\left(R + \frac{1}{p.C}\right)} = \frac{E/R}{\left(p + \frac{1}{R.C}\right)} \Rightarrow \qquad i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$



$$U_C = Z(p)I(p) = \frac{1}{p.C}\frac{E/R}{\left(p + \frac{1}{R.C}\right)} = E\frac{1/RC}{p\left(p + \frac{1}{R.C}\right)}$$

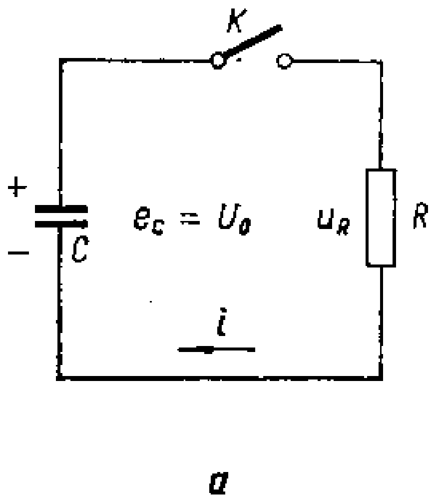
$$a = 1/RC \Rightarrow \qquad U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

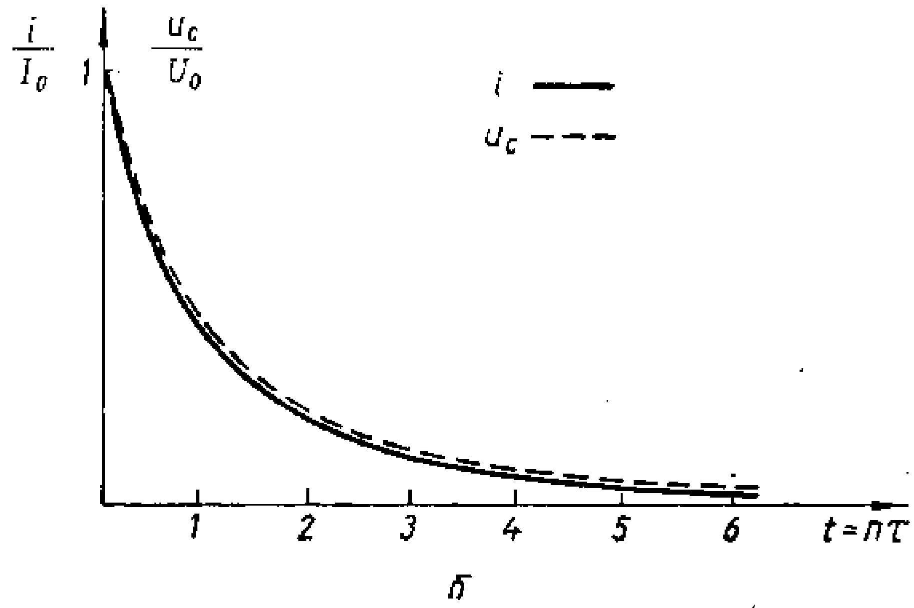
Преходният процес е завършен, когато Uc=0.95 E
t=3.τ, τ =R.C –времеконстанта на процеса

Зад. E=8 V, R=1kΩ, C=5 μF. Определете напрежението, до което се е заредил С след 10 ms?

τ=R.C=10^3x5.10^(-6)=5.10^(-3)=5ms, e^(-10/5)=1/7.39=0.135, U_C=8x0.865=6.92 V

3. Разреждане на кондензатор през съпротивление



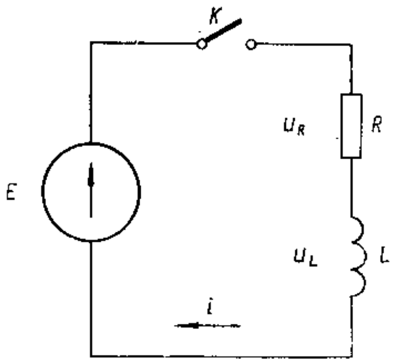


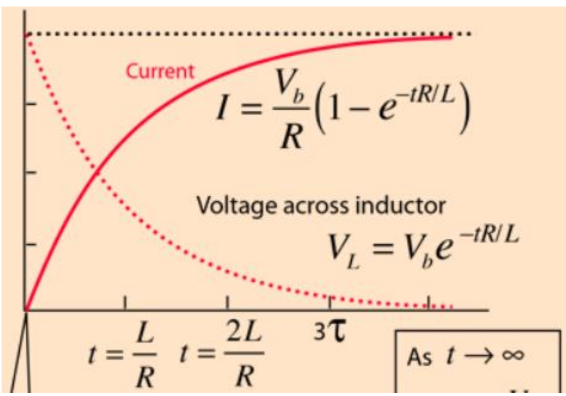
$$R.i + u_C = 0 \qquad i(t) = C\frac{du_C}{dt}; \quad u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt$$

$$U_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \qquad i(t) = -C\frac{dU_C}{dt} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Преходният процес е завършен, когато I_c=0.05 I_0 от началната стойност t=3.τ, τ =R.C –времеконстанта на процеса

Протичане на ток през бобина





Зад. E=4 V, R=20 Ω, L=40 mH. Определете тока през L след 2 ms?

Решение. Схемата на двуполюсника е дадена на фиг. 1.108, като затварянето на ключа K в момента $t = 0$ осигурява свързването на постоянно напрежение E. В съответствие с дадената последователност на работа най-напред трябва да се определи $E(p)$. Напрежението върху двуполюсника е $E.1(t)$ и при използване на уравнение (1.79 б) и функция No.2 от табл. 1.11 се получава $E(p) = E/p$. Това е много често използваният образ на константа, равна на 0 при $t < 0$ и на E при $t > 0$. Образът на адмитанса на двуполюсника е $Y(p) = 1/(pL+R)$, а образът на тока е

$$I(p) = Y(p)E(p) = \frac{E}{p(pL+R)}.$$

Преобразува се $I(p)$ във вид, аналогичен на образ No.8 от табл. 1.11:

$$I(p) = \frac{E}{L}\frac{1}{p\left(p + \frac{R}{L}\right)} = \frac{E}{R}\frac{\frac{R}{L}}{p\left(p + \frac{R}{L}\right)}.$$

Оригиналът на тока е константата E/R, умножена по оригинала на втория множител, т. е.

$$i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

От закона на Ом следва

$$u_R(t) = Ri(t) = E\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

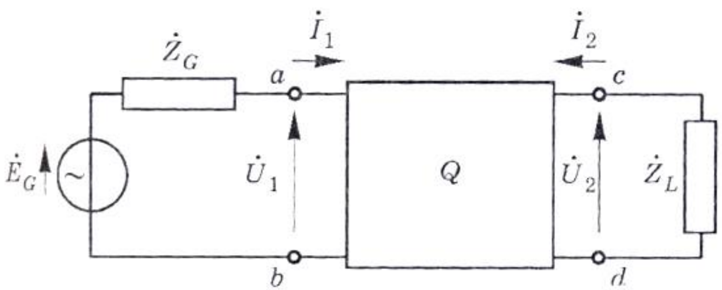
За определяне на $u_L(t)$ се постъпва по същия начин, както за $i(t)$. Най-напред се намира

$$U_L(p) = pLI(p) = \frac{EL}{pL+R} = \frac{E}{p + \frac{R}{L}},$$

което е образ No.5 от табл. 1.11, умножен по E. Следователно се получава

$$u_L(t) = Ee^{-\frac{R}{L}t}.$$

Преходни процеси при четириполюсници



При четириполюсноците интерес представлява определянето на вторичните параметри (Z_i, Z_0, K). Входните и изходните импеданси и адмитанси се определят както при двуполюсниците. Образът T(p), на който и да е от предавателните параметри е отношението на образа S_0(p) на изходната величина и образа на входната величина S_i(p):

$$S_0(p) = T(p).S_i(p)$$

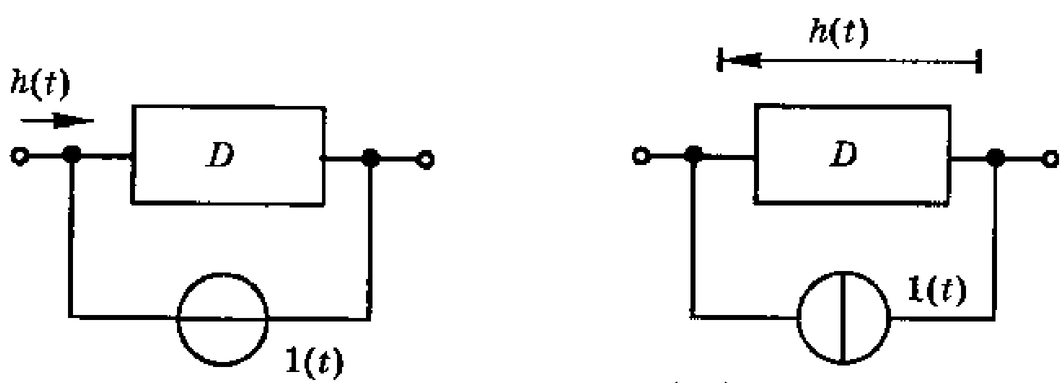
Определянето на оригинала $s_o(t)$ при зададен входен сигнал $s_i(t)$ се извършва в следния ред:

1. Намира се образът $S_i(p)$.
2. Извежда се израз за $T(p)$.
3. С помощта на уравнение се намира $S_o(p)$.
4. Определя се оригиналът $s_o(t)$.

Преходни процеси при четириполюсници

7.4. ПРЕХОДНА И ИМПУЛСНА ХАРАКТЕРИСТИКА

На практика теоретичното и експерименталното изследване на преходните процеси в двуполюсници и четириполюсници се извършва със сигнал, който представлява функцията на Хевисайд или Дирак (вж. раздел 1.2). В първия случай законът за изменение във времето на определена величина се нарича *преходна характеристика*, отбелязва се с $h(t)$ и често се нарича *реакция на схемата на единично въздействие*. При двуполюсниците $h(t)$ е токът $i(t)$ през тях при въздействие с напрежение $u(t) = 1(t)$ (фиг. 1.109 *а*) или напрежението им $u(t)$, когато се въздейства с ток $i(t) = 1(t)$ (фиг. 1.109 *б*). За четириполюсниците $h(t)$ е изходният сигнал при подаване на входа на сигнал $1(t)$.

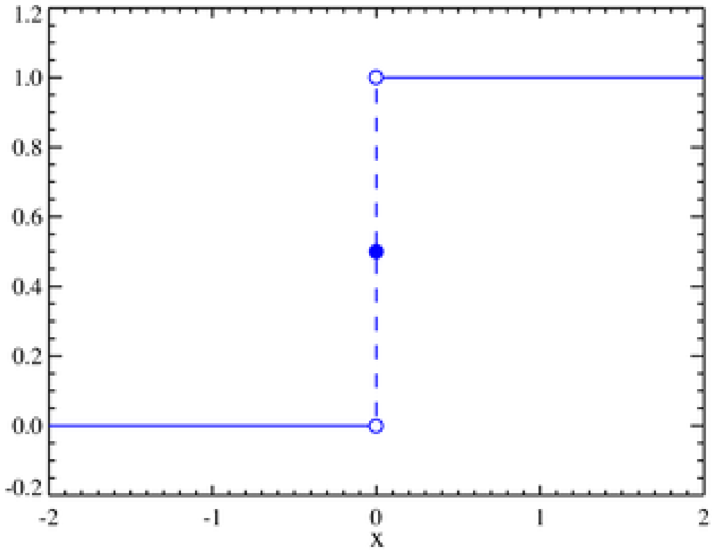


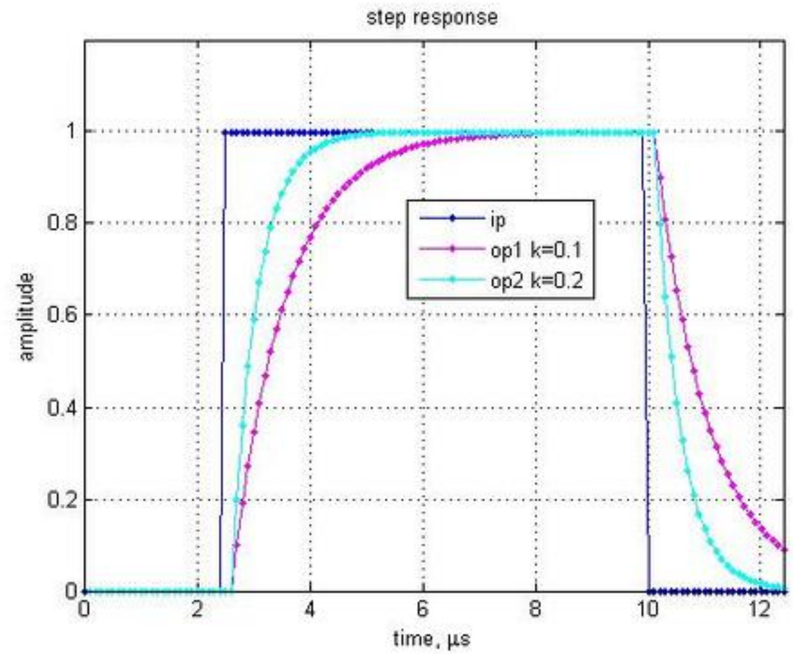
а *б*

$$S_0(p) = T(p).S_i(p), 1(t) \propto 1/p \qquad h(p) = \frac{T(p)}{p}$$

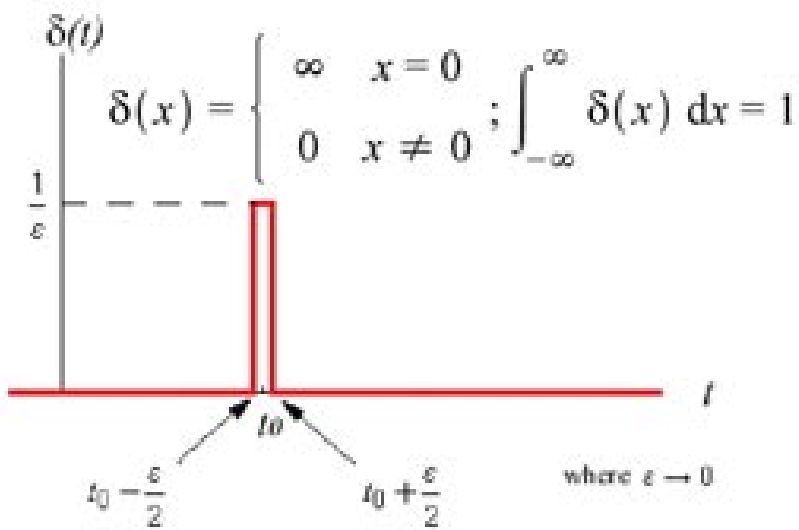
Преходна характеристика

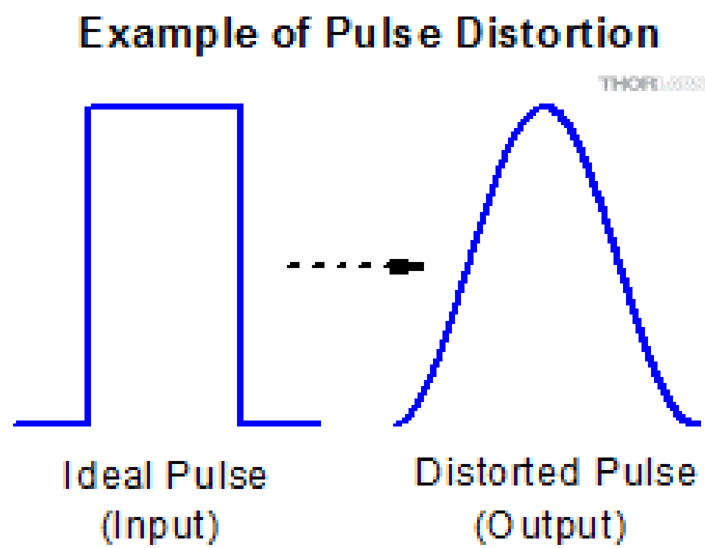
Функция на Хевисайд

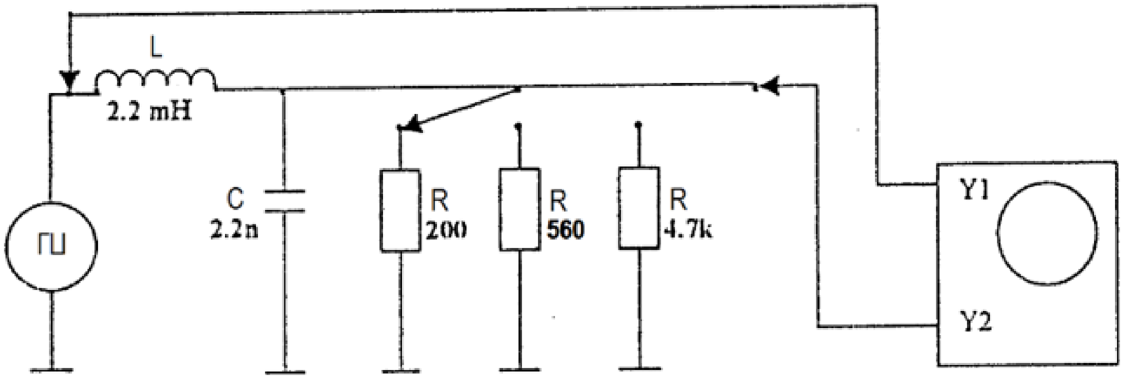




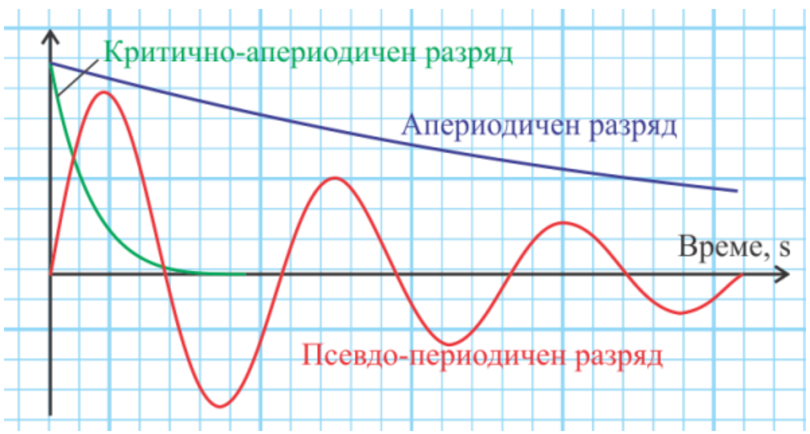
Функция на Дирак

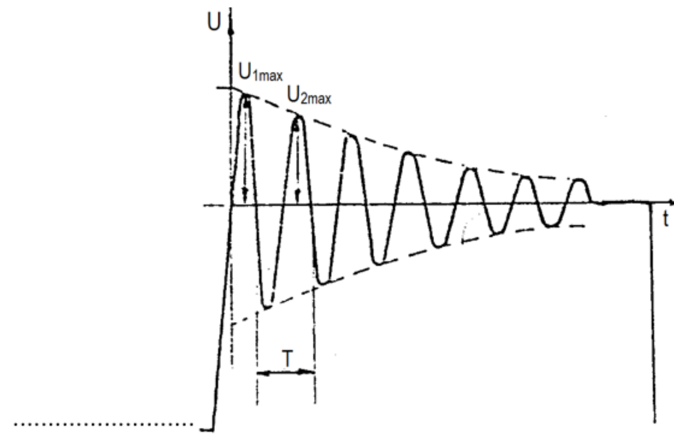





L
2.2 mH
ГШ
C
2.2n
R
200
R
560
R
4.7k
Y1
Y2

фиг. 2¶


Критично-апериодичен разряд
Апериодичен разряд
Време, s
Псевдо-периодичен разряд


U
U1max
U2max
t
T

фиг. 3¶

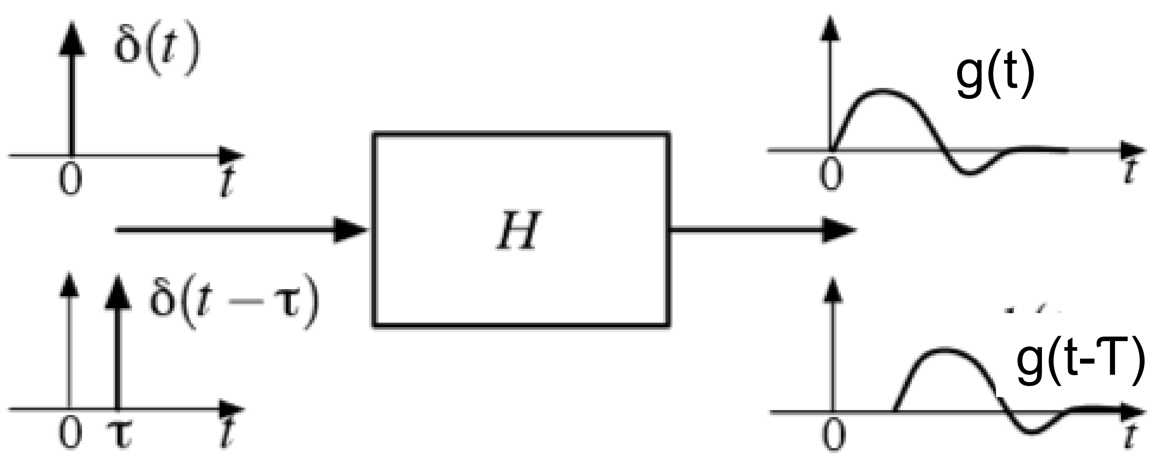
Изменението във времето на дадена величина при въздействие на схемата със сигнал с форма на функцията на Дирак се нарича **импулсна характеристика g(t)**

При четириполюсници функцията на Дирак е входният сигнал, а образът на импулсната характеристика е $T(p)$. Действително при $E(p) = 1$ се получава

(1.84 б) $$g(p) = T(p) \text{ и } g(t) = T(t).$$

Следователно импулсната характеристика на четириполюсниците представлява оригиналът на предавателния параметър (най-често това е коефициентът на предаване по напрежение). Четириполюсникът е

въздействие **импулсна характеристика**



Отместено въздействие **Отместена импулсна х-ка**

Образи на преходната и импулсна характеристики

зависимостите

(1.84 *в*) $$h(p) = \frac{g(p)}{p} \quad \text{и} \quad g(p) = p\,h(p) \;,$$

които имат голямо приложение. От уравнения (1.84 *в*) и (1.79 *в* и *г*) следват съотношенията

(1.85) $$h(t) = \int_0^{\infty} g(t)dt \quad \text{и} \quad g(t) = \frac{dh(t)}{dt} \,,$$

които могат да се използват за определяне на една от двете характеристики, когато другата е известна.

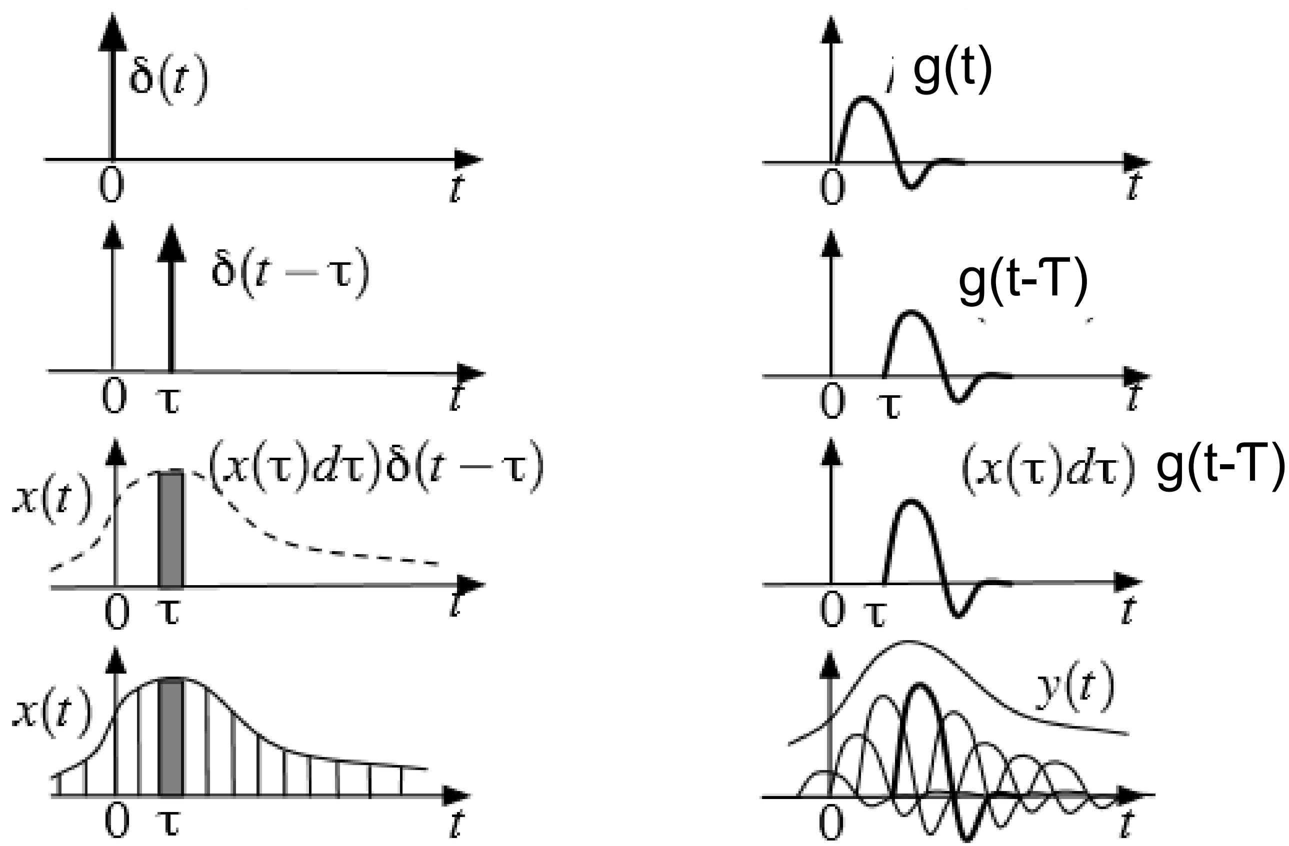
Практическото снемане на преходната характеристика се извършва, като единичната функция се замести с поредица от правоъгълни импулси с продължителност много по-голяма от времетраенето на преходния процес. С двулъчев осцилоскоп се наблюдават импулсите (например входното напрежение на четириполюсник) и предизвиканата от тях промяна във времето на наблюдаваната величина (например изходното напрежение).

$$u_2(t) = \int_0^t u_1(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

Интеграл на Дюамел

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)\, g(t-\lambda)\, d\lambda$$

convolution integral



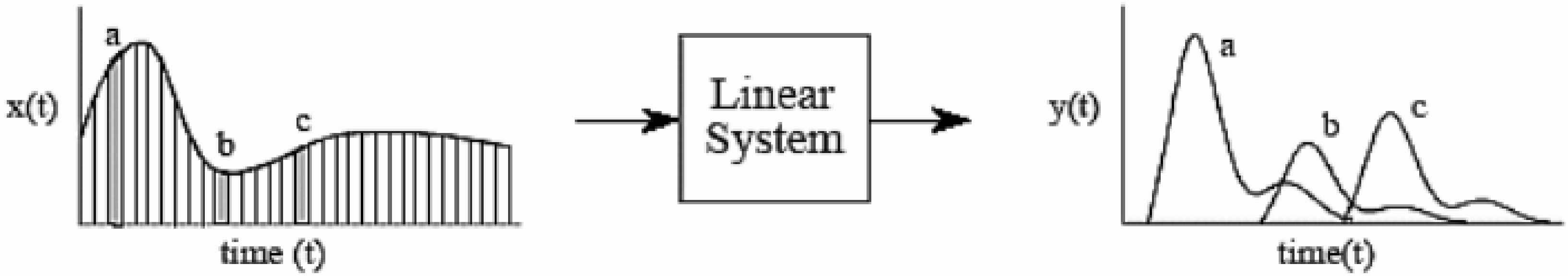


FIGURE 13-2
Convolution viewed from the input side. The input signal, $x(t)$, is divided into narrow segments, each acting as an impulse to the system. The output signal, $y(t)$, is the sum of the resulting scaled and shifted impulse responses. This illustration shows how three points in the input signal contribute to the output signal.